

Schüler

Supraleitung

Dr. Wohlleben vom Forschungslabor der Siemens AG zog uns mit seinem Vortrag über Supraleitung 30 Minuten in seinen Bann. Zunächst gab er uns einen Überblick über die Eigenschaften des elektrischen Widerstands in Abhängigkeit von der absoluten Temperatur, angefangen von der Zimmertemperatur bis hinunter zum absoluten Nullpunkt, bei dem alle elektrisch leitenden Materialien in supraleitenden Zustand versetzt werden, d.h. den Ohmschen Widerstand $R = 0$ haben. Dr. Wohlleben erfüllte den Saal mit knisternder Spannung, die diesen Mann angesichts der brennend aktuellen Probleme in eine tatendurstige, fast hektische Unruhe versetzte, so wie sie vermutlich jeden der zur Zeit weltweit vielen Wissenschaftler ergriffen hat, die unter Konkurrenzdruck nach besseren supraleitenden Materialien suchen.

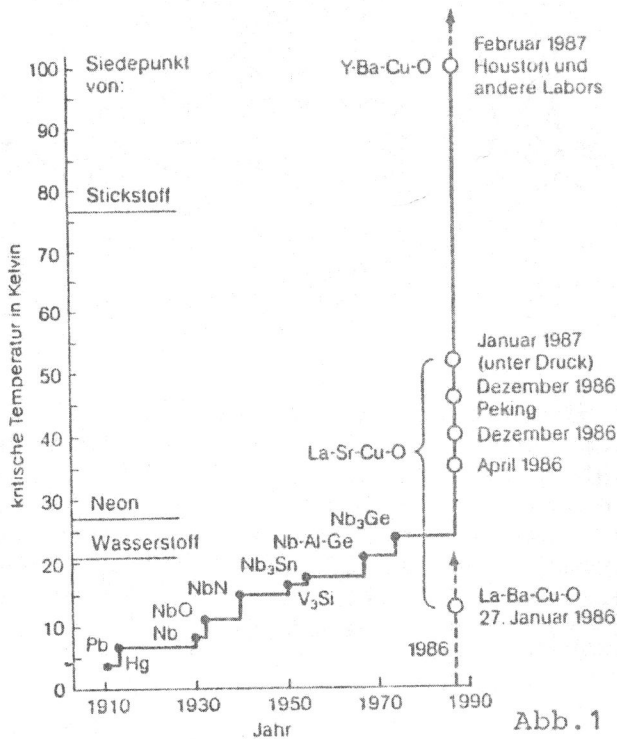


Abb. 1

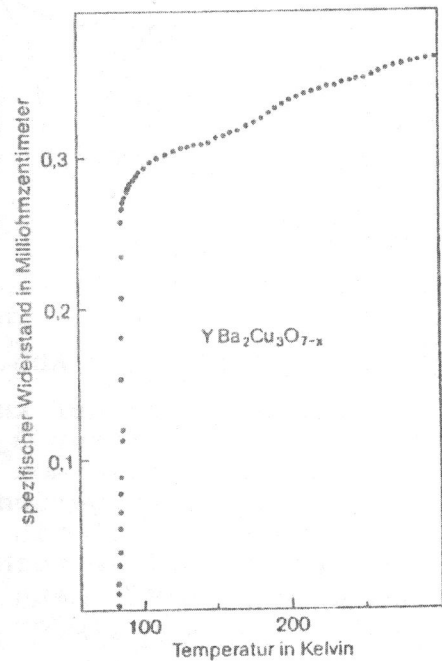


Abb. 2

Wie aus Abbildung 1 ersichtlich, schien die Entwicklung neuer Supraleitertor (entdeckt von KAMERLINGH ONNES 1911 in Leiden), bei denen unterhalb einer kritischen Temperatur T_c der elektrische Widerstand verschwindet, ab 1973 bei einer Temperatur $T_c = 23K$ zu verharren. Manche dieser Materialien kann man heute schon zu Drähten verarbeiten und damit Maschinen bauen. Allerdings ist die hierzu erforderliche Kühlflüssigkeit He und der erforderliche Kühlapparat noch sehr teuer und unwirtschaftlich in den meisten Fällen. An einer keramischen und daher eigentlich eher den Isolatoren zuzuordnenden Metalloxidverbindung (Barium-Lanthan-Kupferoxid) entdeckten Bednorz und Müller 1986 Supraleitung schon unterhalb von etwa 35K. Schon im Februar 1987 wurde bei Y-Ba-Cu-O die bis dahin höchste Sprungtemperatur von 92K erzielt (Abb.2), was insofern bedeutsam ist, als man mit dem wesentlich billigeren flüssigen Stickstoff (Siedepunkt 77K) kühlen kann.

Abschließend gab Dr. Wohlleben einen Ausblick auf den aktuellen Forschungsstand. So bereitet das Ziehen der neuen Materialien zu Drähten wegen ihrer Sprödigkeit große Probleme. Übergangsstellen zwischen zwei Einkristallen (sog. Korngrenzen) ergeben einen nicht verschwindenden elektrischen Widerstand.

Wichtig sind u.a. solche Leiter bei großen Elektromagneten, die supra-leitend verlustfrei ohne Wärmeentwicklung arbeiten. Leider macht sich hier der MEISSNER-OCHSENFELDEffekt bemerkbar (Abb.3): Bei $T < T_c$ wird das Magnetfeld aus dem Leiter verdrängt, wodurch sich die für den Aufbau des Magnetfelds wirksame Stromdichte verringert.

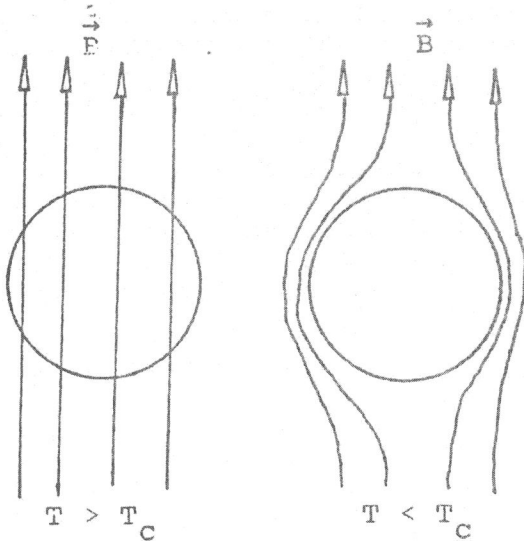


Abb.3

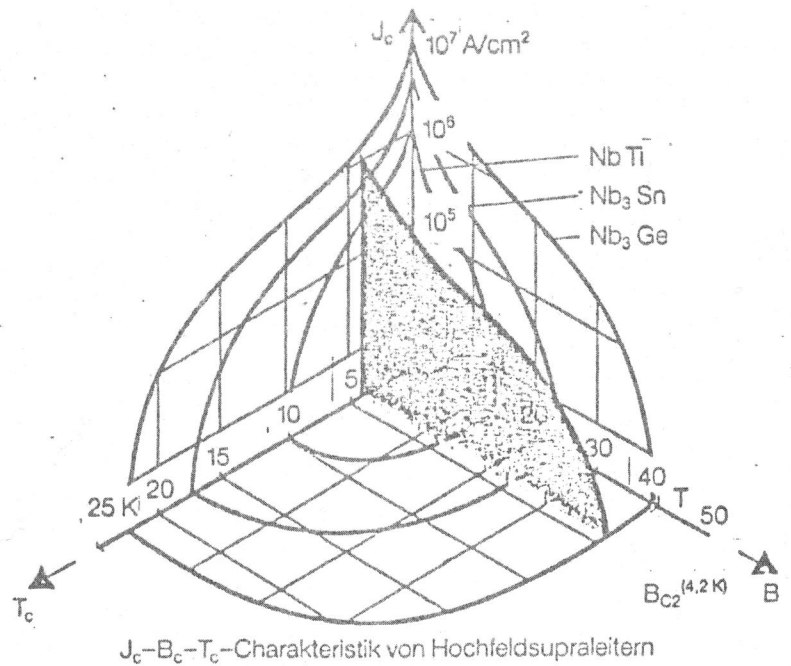


Abb.4

Die Abhängigkeit der kritischen Stromdichte I_c vom angelegten Magnetfeld B und der Temperatur T zeigt Abb.4. Ist $B > B_c$, so verschwindet die Supraleitung. Also muß B_c so gewählt werden, daß immer noch hohe Stromdichten erreicht werden. Diese erreichen herkömmliche Supraleiter (NbTi) bei Werten von 10^5 bis 10^6 A/cm², die mit den neuen Hochtemperatursupraleitern bei weitem noch nicht erzielt werden können (dort nur 10^2 bis 10^3 A/cm²). Damit kann im Augenblick noch nicht auf die "alten" Supraleiter beim Bau großer Magneten verzichtet werden.

Schüler

Optimierung und Spieltheorie

Zusammen mit Philosophiestudenten konnten wir am Mathematischen Institut der Universität Erlangen eine Vorlesung von Professor Dr. Jacobs über Optimierung und Spieltheorie hören.

Als erstes wurde uns der Sinn der Optimierung am folgenden Beispiel nahegebracht:

Ermittle die größte unter n vorgegebenen Zahlen.

Man könnte nun hergehen und alle Zahlen a_1, \dots, a_n $\frac{n(n-1)}{2}$ -mal paarweise vergleichen. Allerdings hätte man dann auch die komplette Anordnung der n gegebenen Zahlen gefunden, was entschieden zu viel wäre, da man ja nur die größte Zahl finden soll. Das Verfahren muß also verbessert, optimiert werden. Dies kann man z.B. dadurch erreichen, wenn man jeweils den kleineren von zwei willkürlich aus der Liste herausgenommenen Zahlen aus der Liste streicht. Dann wird der nächste Kandidat a_i mit dem der übrig ist verglichen usw. Auf diese Weise müssen nur noch $n-1$ Vergleiche durchgeführt werden.

Ein weiteres Beispiel beruhte auf einer "Faltschachtel", deren Volumen ein Maximum werden sollte. Über eine Funktionsgleichung und der dazugehörigen 1. Ableitung konnte auch diese Aufgabe rasch gelöst werden.

Das letzte Beispiel beruhte auf der Optimierung eines Netzwerkes, was allerdings sehr komplex war und nicht unbedingt einfach zu verstehen war.

Weit interessanter und irgendwie auch beeindruckender (Anm.d.Red.: Weil auch völlig neu) war die Spieltheorie. Hier wurde als erstes Beispiel das Knobeln aufgegriffen. Es ist aber interessanter, hier das zweite und dritte Beispiel näher auszuführen. Es handelt sich hierbei um das Offenbarungsspiel und um das Hawks-doves-Spiel, welches mich als Biologieleistungskursteilnehmer besonders interessierte:

1. Offenbarungsspiel

M sei ein Mensch, H ein "höheres Wesen". Betrachtet werden die folgenden Aussagen:

G: M glaubt an H.

U: M glaubt nicht an H.

O: H offenbart sich M.

N: H offenbart sich nicht M.

1 bis 4 bezeichnen verschiedene Stufen des Glücksgefühls, wobei 4 die höchste Stufe ist.

H ist es am liebsten, daß M an H glaubt und H sich hierzu nicht M offenbaren muß (4). Zufrieden ist H bereits, wenn M glaubt und H sich offenbart hat (3). Gar nicht leiden kann es H, wenn H sich offenbart hat und M trotzdem nicht an H glaubt (1). M freut sich am meisten, wenn M Recht behält, also wenn M an H glaubt und H sich offenbart (4). Zufrieden ist M, wenn sich H nicht offenbart und M nicht an H glaubt (3). Seine größte Niederlage erleidet M, wenn M nicht an H glaubt und sich trotzdem H offenbart (1).

	M	G	U
H	4	3	1
O	3	2	1
N	4	2	3

Eine Gleichgewichtssituation ergibt die Kombination N,U. Hier kann weder H noch M durch einen Gesinnungswandel seine Position verbessern. Würde H von N nach O wechseln, so könnte H blamiert werden. Würde M von U nach G wechseln, so könnte M enttäuscht werden. Die Kombination N,U will also keiner verändern.

2. Hawks-Doves-Spiel

Die Hawks H sind angriffslustige, raubende Lebewesen. Die Doves D seien friedfertige Lebewesen, die jedem Streit aus dem Wege gehen. V sei die im Futter enthaltene Energie, C sei der durch Kampf verursachte Energieverlust.

In einer Bimatrix wird zusammengestellt, was passiert, wenn zwei dieser Lebewesen zusammen treffen:

Sind es zwei gleichgeartete, so kämpfen sie oder sie sind friedfertig, jedenfalls müssen sie sich den verbleibenden Energieanteil halbieren, sind es zwei unterschiedliche Lebewesen, so bekommt der Dove nichts und der Hawk alles.

Auf Grund dieser Werte ist ein bestimmtes Populationsverhältnis zu erwarten:

	H	D
H	$\frac{V-C}{2}$	0
D	0	$\frac{V}{2}$

p sei der Anteil der H, $1-p$ sei der Anteil der D.

1. Fall: Es sei $V > C$; dann gilt: p wird sich dem Wert 1 annähern.

2. Fall: Es sei $V < C$; dann gilt: Für H läßt sich der folgende Gewinn erwarten: $p \cdot \frac{V-C}{2} + (1-p) \cdot V$

Für D ergibt sich der folgende Gewinn: $(1-p) \cdot \frac{V}{2}$.

Die Differenz dieser beiden Gewinne

$p \cdot \frac{V-C}{2} + (1-p)V - (1-p) \frac{V}{2} = \frac{1}{2} \cdot (V - pC)$ ist genau dann gleich 0, wenn

$p = \frac{V}{C}$ ist.

Was folgt, wenn dem nicht so ist?

Für $p < \frac{V}{C}$ ergibt sich $\frac{1}{2}(V - pC) > 0$, deshalb steigt die Population der H.

Für $p > \frac{V}{C}$ ergibt sich $\frac{1}{2}(V - pC) < 0$, deshalb fällt die Population der H.

Daraus folgt: Bei $p = \frac{V}{C}$ ist ein evolutionsstabiler Proporz erreicht.

Mit Spieltheorie lassen sich auch komplexere Vorgänge der Evolution mathematisch nachvollziehen. So gibt es z.B. eine Tigerart, bei der ein Männchen, nachdem es im Konkurrenzkampf den Harem seines Vorgängers erworben hat, alle Kinder des Vorgängers tötet. Dies widerspricht zunächst dem Verhalten zur Erhaltung der Art. Mathematiker konnten aber berechnen, daß das einem Gleichgewichtszustand entspricht, bei dem das Interesse des einzelnen Tigers, seine eigenen Gene nur weiter zu vererben und das Interesse der gesamten Art, zu überleben, optimiert sind.

Schüler

Auch Mathematiker sind ganz normale Menschen

Ein unmathematisches Tagebuch, entstanden am Rande des Mathematikseminars 1987:

Sonntag, 8.11.87

Nachbarn beobachten verwundert 26 Schüler und 3 Lehrer, die mit Koffern, Rucksäcken und Taschen sonntags zur Schule kamen. Wieder einmal bricht eine Schar Auserlesener zum Mathematikseminar des Gymnasiums Starnbergs auf. Während der Busfahrt nach Erlangen wuchs die Spannung auf das Neue vor allem bei den jüngsten Teilnehmern. Im Bus traten dann auch schon die ersten "mathematischen Probleme" bei der Diskussion von Herrn Mertenbacher mit seinen Leistungskurslern über die letzte Matheschulaufgabe auf. In der Jugendherberge gab es nach dem Essen schon wieder ein Problem, der Herbergsvater wollte die Tischtennisplatte nicht herausgeben. Mit etwas Geschick und weiblichem Charme allerdings bekamen wir sie schließlich doch. Bei dem um 19 Uhr stattfindenden Informationsabend hielt Herr Dr. Meyer einen Einführungsvortrag über den Besuch im Trafowerk am nächsten Tag und gleich einen zweiten über geodätische Linien. Von diesen Informationen gestärkt begaben wir uns dann ins "Nachtleben" von Erlangen. Leider konnten wir dieses Jahr nicht zum Eisessen gehen, da unsere Eisdielen in ein Wollgeschäft bzw. in einen Spiezeugladen umfunktioniert waren. Also gingen wir zurück zur Stammkneipe unserer Lehrer. Doch das war schon wieder ein Reinfall, denn im "Alten Simpel" ist am Sonntag Ruhetag. Unser mathematischer Geist kombinierte richtig, wir fanden unsere Lehrer in der nächsten kaum 50m entfernten Kneipe. Da so ein Seminar der Bildung

dient, versammelten sich nach der Rückkehr in die Jugendherberge 7 Schüler im Zimmer der Herren Gnilka und Mertenbacher, spielten dort "Trivial Pursuit" (Motto: "Scio, nescio") und ließen sich mit Süßigkeiten verwöhnen. Auch Herr Ulitzka kam mal vorbei, aber ihn interessierten die Orangenkeks mehr als das Spiel.

Montag, 9.11.87

Beim Wecken gab es an diesem Tag noch keine größeren Probleme. Es gab zwar im Mädchentrakt nur eiskaltes Wasser an den Waschbecken, die Duscher waren kalt bis lauwarm, aber diese Radikalkur hatte den Vorteil eines sehr wachen Gesichtsausdrucks. Auf der Suche nach Spiegel und Steckdose zum Haarefönen fanden die Mädchen auch beides, allerdings jedes in einem anderen Raum (empfehlenswerte Alternative für Frühspor). An diesem Vormittag fuhren wir nach Nürnberg ins Trafowerk. Die Siemens AG hatte uns dort zum Mittagessen eingeladen (Anm. d. Red.: Auch zu anderem). Wir wollten schon im Gästekasino Platz nehmen, da wurden wir freundlich in die "normale" Kantine gebeten. Vielleicht kennt man dort schon unseren Hunger?! In der Zeit bis zur nächsten Vorlesung wurde eine gemütliche Runde "Trivial Pursuit" eröffnet. Auf dem anschließenden Fußweg in die Bismarckstraße erhielten wir wieder einmal den Beweis, daß sich auch ein Erdkundelehrer verlaufen kann, oder mathematisch ausgedrückt: Wir benutzten unfreiwillig den Weg über die Katheten. Nach dem Abendessen verschwanden einige von uns kurz ins Schwimmbad, um auch noch die letzten Energiereserven zu verbrauchen. Anschließend hielten die Herren Gnilka und Dr. Meyer einen Dialog über Supraleitung als Vorbereitung unseres Besuchs im Forschungszentrum am folgenden Tag. Nachts kamen dann unsere Lehrer voll auf ihre Kosten; wir entdeckten völlig neue Talente bei ihnen. Die Herren Ulitzka und Mertenbacher sind richtige Profis am Kickerautomaten, Herr Gnilka dagegen ist am Billardtisch unschlagbar. Außerdem bewiesen die Herren Mertenbacher und Gnilka ihr Können in Sachen Skat sehr trickreich.

Dienstag, 10.11.87

Heute fiel uns das Aufstehen schon viel schwerer. Das kalte Wasser vermittelte uns gerade noch zum Frühstück einen wachen Ausdruck. Nach einem interessanten Vormittag mit Vortrag und Besichtigungen speisten wir mehrgängig, d.h. so viel, wie aufs Tablett paßte. Daher war unsere Aufnahmefähigkeit im Vortrag von Herrn Professor Dr. Geyer stark beeinträchtigt. Herr Dr. Meyer versuchte deshalb, uns am Abend die wichtigsten Stellen nochmals zu erklären. Anschließend verschwanden die meisten abermals ins Schwimmbad. Da unser Lehrer Mertenbacher mit dabei war, hielten wir uns natürlich nur im Lehrschwimmbekken auf. Herr Mertenbacher nahm mit großem Einsatz an der Aktion "U-Boot" bzw. "Walroß" teil. An diesem Abend, der leider der letzte war, gingen ^{wir} noch einmal etwas trinken, spielten "Trivial Pursuit" und tappten dann in unsere Kojen.

Mittwoch, 11.11.87

Übermüdet schleppten wir uns zum Frühstück. Das kalte Wasser half nicht mehr viel. Nach zwei äußerst interessanten Vorträgen und einem reichhaltigen Mittagessen bei der Siemens AG machten wir auf der Heimfahrt noch einen Abstecher nach Nürnberg. Im Bus war es dann im Gegensatz zur Heimfahrt auffallend ruhig, ob es wohl am Schlafmangel lag?

Wir möchten uns besonders bei der Siemens AG bedanken, die dieses Mathematikseminar mit den ausgezeichneten Vorträgen und interessanten Führungen ermöglicht hat. Desgleichen gilt unser Dank dem Elternbeirat für seinen finanziellen Zuschuß. Vielen Dank auch Herrn Dr. Meyer, der die Vorlesungen mit den Universitätsprofessoren organisiert hat. An dieser Stelle sei auch den Herren Dr. Zirngibl, Gnilka, Mertenbacher und Ulitzka gedankt, die uns immer mit Rat und Tat zur Seite standen, und nicht nur bei mathematischen Problemen. Hoffentlich besteht dieses Seminar noch viele Jahre.

Die Glosse

Nach einer anstrengenden, aber um so uninteressanteren Führung durch das Außengelände des Forschungszentrums der Siemens AG Erlangen teilte uns Frau Strässer die Essensmarken aus. Unsere Erwartungen in Bezug auf ein Kantinenessen wurden bei weitem übertroffen. Wir wurden von der gebotenen Riesenauswahl überrascht: An mehreren Stationen gab es für jeden Geschmack ein komplettes Menü; sogar unsere Vegetarier fanden mehr als genug zu essen. Trotz der großen Menge von Leuten, die zu versorgen waren, lief die Essensausgabe reibungslos und ohne Warteschlangen ab. Für eine Großküche war die Qualität des Essens bemerkenswert gut. Alle Speisen waren offenbar frisch zubereitet und gut gewürzt. Wir waren mit unseren vollgehäuften Tablettis leicht von den zahlenden Siemensangestellten zu unterscheiden, für die allerdings, wie wir nachrechnete das Essen genauso billig ist, wie wenn sie es selber kochen würden; für uns war es noch besser, da wir es geschenkt bekamen. Vielen Dank!

Schüler

Ausklang

Den Abschluß des diesjährigen Mathematikseminars bildete eine kurze Stadtbesichtigung von Nürnberg. Der Bus wurde unterhalb jener Stelle abgestellt, an der der sagenumwobene Raubritter Epelein von Gaillingen mit seinem Pferd einst den Burggraben übersprungen haben soll. Vom Burgberg aus gab Dr. Meyer, als echter Nürnberger, einen kurzen Überblick über die Geschichte und Sehenswürdigkeiten der Stadt. Danach führte er uns in die Altstadt hinab, über den kleinen Platz, an dem früher die Moritzkapelle mit dem berühmten daran angebauten Bratwurstglöckle stand in die Sebalduskirche. Sie wurde zur Erinnerung an den Heiligen Sebaldus gebaut, der als Mönch gute Werke tat. Auf seinen Wunsch hin wurde seine Leiche auf einen Ochsenkarren gelegt. An der Stelle, an der die Ochsen stehenblieben, errichtete man die Kirche. Nach der Besichtigung seines Grabes, in dem sich der Erzgießer Peter Vischer selbst dargestellt hat, trennte sich die Gruppe. Viele besichtigten noch den "Schönen Brunnen" am Hauptmarkt, bevor man sich um 16 Uhr zur Abfahrt nach Starnberg traf.

Mathematikinformation: Verantwortlich für den Inhalt und Herausgabe: Dr. Karlhorst Meyer, Gymnasium Starnberg. Wiedergabe und Auszüge sind nur mit Genehmigung des Autors jeweils möglich. Mathematikinformation wird kostenlos gegen Abrechnung der Versandkosten weitergegeben.