

15. November 1985

---

Dr. Karlhorst Meyer

Mathematikseminar am Gymnasium Starnberg, eine Fördermaßnahme  
für Interessierte an der Mathematik <sup>1)</sup>

Unterschiedliche Gründe führen seit einiger Zeit dazu, insbesondere verstärkt im Fach Mathematik, besonders begabte Schüler, auch Studenten zu fördern. Offenbar glaubt man, daß ein Fortbestand unserer hochtechnisierten, stark naturwissenschaftlich betonten Gesellschaft nur so gewährleistet ist. Talentsuche ist aber, wie sich immer wieder bei einschlägigen Versuchen herausstellt, schwierig. Fördermaßnahmen sind nicht neu, zumindest im Bereich der allgemeinbildenden Schulen wie den Gymnasien; schon immer hat man dort begabte Schüler besonders in Musik, Sport, Kunst und Theater gefördert; wenn sich heute die Mathematik in die Reihe der Fördermaßnahmen einreihet, so ist dies sicher für das Gymnasium ein Gewinn. Fördermaßnahmen in Mathematik für Gymnasien sind auch nicht ganz neu; letztlich könnte man Bemühungen der 60-iger Jahre an der Universität Münster durch Professor Dr. Behnke (wie dies heute noch an anderen Universitäten praktiziert wird) auch unter einem solchen Aspekt betrachten.

Besondere Förderung von Schülern in Mathematik sollte sich allerdings durchaus nicht nur auf Begabte beschränken. Geht es doch auch um die kaum diskutierte Problematik, einer immer größeren Bevölkerungsschicht zukünftig immer mehr Mathematik zu vermitteln. Hier ist heute die volle Bandbreite didaktischer Maßnahmen noch lange nicht ausgeschöpft. Manch ein Irrweg der Mathematikdidaktik der Vergangenheit hat auch Chancen verspielt. Wenn hier also über Fördermaßnahmen von mathematisch "Begabten" geredet wird, sollte man eben nicht versäumen, dies in einem größeren, hier nur angedeuteten Rahmen, zu sehen.

Will man mathematisch "Begabte" fördern, so muß man sie erst einmal - unter Umständen möglichst frühzeitig - entdecken; bezüglich einer sogenannten Talentsuche sind hier allerdings einige Bemerkungen anzufügen, die eine solche, zumindest soweit es sich um durchgeführte Beispiele handelt, sehr fragwürdig erscheinen läßt:

1. Einige Mängel einer sogenannten Talentsuche:

Man spricht im Rahmen des sogenannten Hamburger Modells von 2 Promill

<sup>1)</sup> gleichlautender Vortrag auf dem Symposium: Begabtenförderung in Mathematik, Universität Hamburg 10.-13.10.1985

hochbegabter, also förderungswürdiger Schüler, d.h. bei rund 1100 Schülern eines großen Gymnasiums sind dies im statistischen Mittel 2 Schüler. Jeder Lehrer, der durch seinen Beruf gewohnt ist, täglich zu beurteilen und deshalb hierin eine große Erfahrung besitzt, wird erschrecken, wenn er Methoden entwickeln soll, diese 2 Schüler zu finden. Der Autor zumindest, ein praktizierender Lehrer, sieht sich außer stande, ein hierfür gerechtes Verfahren anzugeben (siehe auch "Gymnasium in Bayern" Nr. 6/85: Josef Kraus: Hochbegabte Kinder und Jugendliche). Aus diesem Grund hat sich das Hamburger Modell dazu entschlossen, durch eine übergeordnete Struktur, eben mit der Universität Hamburg, diese Schwierigkeit zu umschiffen, d.h. bei vielen Gymnasien gleichzeitig auf Talentsuche zu gehen. Dies ist eine Maßnahme, wie sie in einem Flächenstaat wie Bayern von vornherein nicht durchgeführt werden könnte. Aber ganz unabhängig davon sollte man sich auch darüber im klaren sein, daß eine solche Maßnahme erneut zu einer Schädigung des Gymnasiums führt, wenn Universitätslehrer für die Öffentlichkeit deutlich sichtbar die begabten Mathematikschüler zusätzlich (jeden Samstag von 9.15 bis 12.30 in den Räumen der Universität) unterrichten; entsteht nicht der Eindruck, daß die Institution Gymnasium im Fördern begabter Schüler überfordert ist? Man kann sich natürlich auch auf den Standpunkt stellen, daß die Zustimmung für einen Besuch dieses Förderkurses auf der Ebene des freien Entscheidungsrechts von Eltern bewegt, wie dies der Fall ist, wenn sich Eltern entschließen, ein Kind für einen Ballettkurs anzumelden. Dann allerdings bleibt unverständlich, weshalb so viele Pressemeldungen über das sogenannte Hamburger Modell seitens der Universität Hamburg geduldet wurden.

Generell muß festgestellt werden, daß eine Talentsuche in einer einzelnen Jahrgangsstufe dazu führen kann, individuelle Entwicklungsprozesse des einzelnen Schülers unberücksichtigt zu lassen. Ich will hier nicht von sogenannten Spätentwicklern sprechen, sondern nur darauf hinweisen, daß die mathematische Begabung eines 12-jährigen (so wie in Hamburg offenbar getestet) sich durchaus unabhängig von einer allmählichen Überwindung der Prüfungspsychose entwickeln kann. Meine Beobachtungen gehen allerdings dahin, daß in diesem Alter meist die Angst vor Prüfungen - und ein Test ist nichts anderes - auch bei erfolgreichen Schülern noch sehr ausgeprägt ist, ein Gefühl für mathematisches Fragen in der Regel sich doch erst in viel späteren Jahren einstellt. Ich kenne zwar den in Hamburg durchgeführten Test nicht, weiß aber dank meiner langjährigen Universitätserfahrung, daß die Hochschullehrer der Mathematik unter mathematischer Begabung sehr viel Verschiedenes zu verstehen pflegen, von einem diesbezüglichen Konsens kann deshalb gar nicht die Rede sein. Denkt man an Stellungnahmen von früheren Hochschullehrern für das Gymnasium, so muß leider festgestellt werden, daß die häufig hierzu geäußerte Meinung stets stark von der gerade praktizierten Moderichtung der Mathematik abhängig war. Ich will damit nicht andeuten, daß ich hierüber unglücklich wäre, zeigt dieser Wandel doch, daß auch an Universitäten Einstellungen sich weiter entwickeln, und Hochschullehrer verstanden, ihren Individualismus zu erhalten; ob aber die jetzige Einstellung in 10 Jahren, dann nämlich, wenn die heute getesteten Schüler ins Berufsleben einsteigen, noch Bestand haben wird, wage ich auf Grund langjähriger Beobachtungen zu bezweifeln. Immerhin sollten wir uns auch in der Mathematik bemühen, den Erziehungsprozeß vom Tagesgeschehen unabhängiger werden zu lassen, damit nicht erneut Fehlentwicklungen der Schule wie in der Vergangenheit plötzlich beklagt werden müssen.

Tests werden aus guten Gründen, die es hier nicht auseinanderzusetzen gilt, am Gymnasium abgelehnt. Im Zusammenhang mit einer Talentsuche scheint es mir fragwürdig, ob die Beantwortung von 60 Fragen in 60 Minuten bei 12-jährigen mit den Leistungen von 16-jährigen verglichen werden kann und über mathematischen Fähigkeiten etwas aussagt (vergl. Umdruck der Universität Hamburg: Information zum Modellprojekt



Identifizierung und Förderung mathematisch besonders befähigter Schüler. Seite 2). Daran ändert sich wohl nichts, wenn man beim Hamburger Verfahren der Talentsuche noch Zusatzfragen stellt.

Eine mathematische Begabung, die man bei einem Kind feststellt, gibt noch keine Auskunft über die zukünftige Leistungsfähigkeit dieses Kindes in diesem Fach; wie oft haben nicht schon sogenannte Wunderkinder enttäuscht (ein einschlägiger Fall ist von der Ludwig-Maximilians-Universität München bekannt: Diplom in Mathematik 1 Jahr vor der Reifeprüfung)

Unklar bleibt mir, weshalb man offenbar in Hamburg so wenig der Benotung dieser ausgesuchten Schüler vertrauen kann; kennen doch die Lehrer eines Gymnasium ihre Schüler besser, als dies durch einen Test möglich wird.

## 2. Leitmotive bei der Förderung interessierter Schüler am Gymnasium Starnberg:

Wie ich bereits auf der Jahrestagung 1984 der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in Kaiserslautern auseinandersetzen konnte, veranstaltet das Gymnasium Starnberg jetzt schon über drei Jahre ein Mathematikseminar in Zusammenarbeit mit der Siemens AG. Dieses Seminar fand 1983 und 1985 in Erlangen, 1984 in Berlin statt. Zwischen diesen Veranstaltungen, die ganz gezielt außerhalb der gewohnten Umgebung der Schüler durchgeführt wurde, gab es in der Schule sogenannte Seminar-nachmittage jeweils einmal im Jahr. Dank der großzügigen Unterstützung der Siemens AG und unseres Elternbeirats betrug die finanzielle Eigenleistung der betroffenen Eltern insgesamt nur um die DM 100.-

Für diese Veranstaltungen laden wir zunächst in den Jahrgangsstufen 9 mit 13 alle Schüler mit einer Vorjahresnote 1 ein, da wir unsere Notenfindung für hinreichend ansehen, auch wenn wir natürlich die Existenz einer subjektiven Bandbreite hierbei kennen; doch sind wir überzeugt, diese Bandbreite schmal zu halten. Da Note 1 in der Mathematik bei uns relativ selten vergeben wird, wir aber aus Wirtschaftlichkeitsgründen einen Bus mit 28 Teilnehmern füllen müssen, werden gleichzeitig alle Mathematiklehrer aufgefordert, auf Grund ihrer Erfahrungen weitere geeignete Schüler zu nennen. Die Erfahrungen bei den Seminaren zeigten, daß häufig bei solchen Schülern anschließend eine Leistungssteigerung zu beobachten war. Hier zeigt sich unter Umständen auch, daß ein Schüler, der sich für Mathematik interessiert, in ihr etwas leisten kann, nicht unbedingt ein guter Examenskandidat sein muß. Durch Flüsterpropaganda im Schulhaus werden alle eingeladen mitzukommen, die Lust hierzu spüren. Zu viele melden sich dann nicht, ganz im Gegenteil, wohl weil bekannt ist, wie strapaziös die Veranstaltungen sind. Immerhin haben wir in drei Jahren nur einem Schüler die Teilnahme verwehrt, weil sich herausstellte, daß er weniger aus Interesse an der Mathematik als am schönen Berlin sich an der Reise beteiligen wollte. Zugegeben, dieses Verfahren führte dazu, daß wir gelegentlich einen ungeeigneten Schüler mitschleppten; bisher regulierte sich diese "Panne" von selbst: Bei der nächsten Veranstaltung erschien der Schüler nicht mehr, da er selbst einsah, nicht zu diesem Kreis zu gehören. Frust konnten wir in solchen Fällen nicht beobachten; wohl auch deshalb, weil wir die meisten unserer Teilnehmer hart an die Grenze ihrer Leistungsfähigkeit führen. Unser Auswahlverfahren beginnt also bei den Noten, notwendig für eine Teilnahme sind allerdings gute Noten nicht. Trotzdem gelang es uns immer, für die Mathematik Interesse, ja Begeisterung zu wecken. Unter den Teilnehmern befanden sich die Besten in Mathematik, die häufig identisch mit den Klassenbesten waren, also nicht nur in Mathematik Überdurchschnittliches leisten konnten.



Ganz gewollt bemühen wir uns um diese Schülergruppe nur zweimal im Jahr, weil wir glauben, hierdurch hinreichend unsere Absichten zu realisieren:

Da der alltägliche Mathematikunterricht - auch am Gymnasium - nur selten gute Schüler überfordert, halten wir es für eine zukünftige Berufsentscheidung wichtig, wenn der Schüler gelegentlich erlebt, daß dichter gepackte Mathematik auch für ihn eine neue Situation bringt. Wir bemühen uns deshalb ganz gezielt, Unterricht im Tempo von Anfängervorlesungen zu geben. Hier ist für den Schüler vor allem neu, daß jetzt nicht mehr 80% der Unterrichtszeit für das Einüben des Gelernten zur Verfügung steht, wie dies selbst in Leistungskursen noch ist, sondern daß bestenfalls nur 20% hierfür angesetzt werden. So sind wir in unserem Unterricht gar nicht so darauf aus, große Unterrichtsgespräche zu führen, weil diese ja auch für den Anfänger im Studium in der Regel entfallen. Freilich, wie man den Dokumentationen unserer Veranstaltungen (z.B. Mathematikinformation Nr. 17 (1985) Gymnasium Starnberg) entnehmen kann, dienen dann vornehmlich die Abendstunden zum Fachgespräch mit den beteiligten Lehrern zum Vertiefen.

Entscheidend für uns ist die Absicht, interessierte Schüler zum "Selbermachen" in der Mathematik zu ermutigen; d.h. wir gehen davon aus, daß der Schüler nur die kleinen Schritte des Vortrags verstehen kann; zumindest ist dies vor allem bei den jüngeren Teilnehmern zu beobachten, die sich das erste Mal beteiligen. Einige Wochen nach dem Seminar erhält dann jeder Teilnehmer ein vollständiges Vortragsmanuskript; die meisten versuchen sich durch den nun vorliegenden Text selbständig durchzukämpfen. Wir halten dies für sehr wichtig, sind wir doch der Meinung mit dem Münchner Hochschullehrer Karl Stein: "Zur Mathematik gibt es keinen Königsweg"; d.h. jeder, der dieses Fach erfassen will, muß irgendwann beginnen, selbst Mathematik zu machen. Sollte es uns gelingen, einen Teil unserer Schüler, die an Mathematik interessiert sind, so weit zu bringen, daß unsere Führung sie zum Eigenstudium anregt, so haben wir sicher genug für ein anschließendes Studium der Mathematik oder Naturwissenschaften getan.

Wenn ich hier von unserer Führung spreche, so ist diese auch außerhalb des Mathematikseminars: Betreuung von Facharbeiten oder dem Bundeswettbewerb, Einzelgespräche führen diese Schüler immer wieder zu uns zurück. Die Seminare, die in einem Kurs 14- bis 20-jährige unterrichten, sollen auch dazu führen, daß sich die Gruppe Interessierter kennenlernt. Wir freuen uns, daß unsere Bemühungen dazu führten, daß ältere Schüler jüngeren immer wieder bei ihren mathematischen Problemen helfen und dies auch außerhalb des Arbeitens mit PCs zu beobachten ist. Das gemeinsame Interesse, die Mathematik, bringt diese Schülergruppe auch außerhalb unseres Zutuns zusammen, es entstehen Freundschaften.

Damit ist aber auch schon fast umschrieben, was wir auf unseren Mathematikseminaren wollen: Wir konfrontieren interessierte Schüler mit einem oder mehreren Problemkreisen und hoffen, daß sie allein oder auch in ad hoc teams anfangen, sich mit solchen Dingen zu beschäftigen.

Dies ist eine Komponente des Seminars, eine zweite ist uns nicht minder wichtig: Wir wollen keine "Mathematiker" bekommen, die sich nur in stille Ecken verziehen und dort für sie interessante Probleme lösen und die Welt um sich herum nicht wahrnehmen. Aus diesem Grund bemühen wir uns in Zusammenarbeit mit der Siemens AG, unseren Schülern auf diesem Seminar Probleme der Arbeitswelt hautnah werden zu lassen. Dies geschieht in scheinbar althergebrachten Werksbesichtigungen, auch Vorträgen, die aber dank einer Vor- und Nachbereitung einen neuen Stellenwert bekommen haben: Erstmals in diesem Jahr haben wir die Schüler an den Abenden im gemütlichen Innenhof einer Jugendherberge jeweils auf die Besichtigung des nächsten Tages vorbereitet. Dank einer guten Absprache mit der Siemens AG konnten mit den Schülern Fragen erarbeitet werden, die dann zu interessanten Diskussionen mit Fachleuten der Industrie führten. Die Schüler sahen nicht nur die Arbeitswelt, sie sprachen über



sie, sie erlebten sie in Teilbereichen.

Da ist aber auch noch eine dritte Komponente, die wir gezielt pflegen: Gesellschaftliches Zusammenleben will gelernt sein. Bunt gemischt mit Firmenangehörigen, die die Besichtigung leiteten, an der Diskussion teilnahmen, unterhielt man sich in gepflegter Atmosphäre am Mittagstisch. Ab 21 Uhr, nach Beendigung der Tagesarbeit (in der Regel 6 Stunden Mathematik, 4-6 Stunden Arbeitswelt), saß man über den Problemen des Tages - und auch anderen - in den zur Jugendherberge benachbarten Gaststätten zusammen, falls man nicht schon müde in der Koje lag.

Die Themenbereiche der Mathematik, die wir bisher ansprachen, bereiteten der altersmäßig sehr heterogenen Gruppe (14 - 20 Jahre alt) keine grundsätzlichen Schwierigkeiten, auch wenn das Vorwissen der Schüler an Mathematik dadurch sehr verschieden war. Wir bemühten uns um Themen - wie beim Hamburger Modell - die außerhalb der Schulmathematik standen.

### 3. Themenkreise des Mathematikseminars:

Themenkreise waren oft "alte Mathematik", die am Gymnasium nicht und an der Universität nicht mehr gelehrt wird. Da ich in meinem Vortrag in Kaiserslautern sehr ausführlich hierüber sprach, will ich mich hier kurz fassen:

Ein Themenkreis seit Beginn ist Geometrie an Kreisen; zum Teil wurden wir inspiriert von Arbeiten von Zeitler, aber auch von anderen dort nicht angesprochenen Fragen:

Konstruktionen, die sich durch Ähnlichkeitstransformationen aus Lösungen spezieller Randfälle ableiten lassen; stereographische Projektion und Anwendungsbeispiele hierfür. Untersuchungen an Rollkurven, Spiegelungen an Kreisen, nichteuklidische Geometrie zeichnerisch am Kleinschen Modell durchgeführt in Analogie zum Vorgehen in den Klassen 7 und 8.

Einschlägige Fragestellungen am Bundeswettbewerb konnten eingebaut werden

Wir sprachen über Systematisierung von Lösungsverfahren bei Ungleichungen insbesondere spielte hierbei die vollständige Induktion eine Rolle, die aus fast unerklärlichen Gründen in Bayern kein Thema des Gymnasiums mehr ist.

Ausgehend von einer elementaren Teilbarkeitslehre bemühen wir uns derzeit um einen Einstieg in die Zahlentheorie.

Anschließend an den Informatikunterricht sprachen wir über Sortieralgorithmen und Zufallszahlen.

### 4. Benachteiligung von nicht teilnehmenden Schülern:

Diese Frage ist für uns sehr wichtig, weil wir allen Schülern am Gymnasium Chancengleichheit zu gewährleisten haben. Wir sind der Meinung, daß unsere Teilnehmer durch die in 3. angedeuteten Themenbereiche keinen Ergänzungsunterricht und keine Vertiefung des gymnasialen Curriculums erhalten. Ganz im Gegenteil

macht der von uns praktizierte jahrgangsstufenübergreifende Unterricht (9. bis 13 Klasse!) erforderlich, daß das normale Schulcurriculum im Hinblick auf die von uns ausgewählten Themen keine Rolle spielen darf.

Alle bisher beteiligten Lehrer waren begeistert, einmal nur gute Schüler unterrichten zu können; was kann man nicht alles mit ihnen machen. Wir fanden heraus, daß das Leistungsgefälle innerhalb einer Klasse den Mathematikunterricht weitaus mehr hemmt, als die enormen Vorkenntnisunterschiede der von uns im Seminar unterrichteten Schüler zwischen 15 und 20 Jahren. Dies blieb nicht ohne Konsequenzen für unseren Schulunterricht:

Wir stellten uns sehr ernsthaft die Frage nach der Ursache. Offenbar überschätzt man an der Schule die Bedeutung, die die Vermittlung von Sachwissen hat. Viel wichtiger für das Zustandekommen der mathematischen Denkfähigkeit ist die Aufnahmebereitschaft und das Training im Aneinanderreihen sogenannter logischer Blöcke. Hierbei "schalten" zu viele weniger begabte Schüler zu früh ab, um mich hier einmal im Schülerjargon auszudrücken. Wir sind an dieser Situation nicht unschuldig: Verharren wird nicht zu oft im bloßen Zahlenschaufeln und sind die Themen unserer Übungsaufgaben nicht zu oft zu seicht? Wir sind der Überzeugung, daß der normale Unterricht viel mehr in diesem Bereich tun könnte, wenn er nicht so einseitig verlaufen würde, wie ich auch immer wieder bei der Respektierung der Schulaufgaben feststellen kann: Viel zu wenige Kollegen wagen, in der Schulaufgabe eine Begründung oder einen Beweis zu verlangen. Dies alles muß durchaus nicht mit einem übertriebenen Formalismus, sprich didaktischen Bourbakismus, ablaufen. Anwendungsaufgaben mit einem mathematisch komplexeren Umfang gilt es mit dem weniger begabten Schüler regelmäßig zu üben, so lernt er Gedanken aneinanderzureihen anhand von Sachinhalten, für die er sich interessiert, und wird doch gleichzeitig in die Kunst des Beweisens eingeführt. Gerade also weil der Unterschied zwischen einem Seminar und der normalen Unterrichtsstunde so groß ist, wird letztere davon auch profitieren können. Also auch der Schüler, der am Seminar nicht teilnehmen wollte, hat Vorteile an einer solchen Veranstaltung.

## 5. Literatur

- [1] Meyer, Kh.: Algebra und Geometrie, Hirschgraben Frankfurt 1980
- [2] Meyer, Gnilka, Smolka: Mathematikseminar Erlangen, Mathematikinformation Gymnasium Starnberg Nr. 11
- [3] Meyer, Gnilka, Ulitzka: Mathematikseminarnachmittag 1983, Mathematikinformation Gymnasium Starnberg Nr. 12
- [4] Meyer, Gnilka, Ulitzka: Mathematikseminar Berlin, Mathematikinformation Gymnasium Starnberg Nr. 14
- [4a] Meyer, Smolka, Ulitzka: Mathematikseminar Erlangen, Mathematikinformation Gymnasium Starnberg Nr. 17
- [5] Reuleaux, F.: Die praktischen Beziehungen der Kinematik zu Geometrie und Mechanik, Vieweg & Sohn Braunschweig 1900
- [6] Zeitler, H.: Über Gleichdicks, Didaktik der Mathematik, bsv München Heft 4 1981 Seite 250-275
- [7] Zeitler, H.: Kreisgeometrie in Schule und Wissenschaft oder.... Didaktik der Mathematik Heft 3 1983 Seite 169 - 201

Anschrift des Autors:

Dr. Karlhorst Meyer  
Kyffhäuserstraße 20  
8014 Neubiberg